પાઠ્યપુસ્તક માળા:—૨

ભૂમિતિનાં મૂળતત્ત્વો

ભાગ ૧

ક્રિયાત્મક ભૂમિતિ

પ્રકાશક

ચરોતર એજ્યુકેશન સોસાઇટી,

આણંદ

આઠ આના

પાઠ્યપુસ્તક માળા:—૨

ભૂમિતિનાં મૂળતત્ત્વો

લેખક

ભીખાભાઇ કુબેરભાઇ પટેલ

આચાર્ય, દાદાભાઇ નવરોજી વિનય મંદિર, આણંદ

પ્રકાશક

ચરોતર એજ્યુકેશન સોસાઇટી,

આણંદ

૧૯૨૩

પુસ્તક મળવાનું ઠેકાણું
ચરોતર એજ્યુકેશન સોસાઇટી, આણંદ

આણંદ ચરોતર પ્રિન્ટિંગ પ્રેસમાં ત્રિભુવનદાસ કીસીભાઇ
પટેલે પ્રકાશકને માટે છાપ્યું. તા. ૧૦-૮-૨૩.

નિવેદન.

માધ્યમિક શાળાનો ભૂમિતિનો પૂરો અભ્યાસક્રમ આપવાના હેતુથી ગુજરાતી ભાષામાં લખાયેલું આ પ્રથમ જ પાઠયપુસ્તક હોવાથી તેની અગત્ય સંબંધી ખાસ કહેવાનું હોય નહિ.

કોઇ પણ વિષયના શિક્ષણની શરૂઆતમાં વિદ્યાર્થીઓને તે વિષય સરળ અને રસિક લાગે છે તો તે રસ હંમેશ કાયમ રહે છે અને વિદ્યાર્થીઓ હોંસથી તે વિષયમાં પ્રગતિ કરી શકે છે. આ લક્ષમાં રાખીને આ પુસ્તકમાં કેટલાક ફેરફાર કરવામાં આવ્યા છે. પુસ્તકનો ઉપયોગ કરનારને આ ફેરફારો કયા હેતુથી કરવામાં આવ્યા છે તે જણાવવામાં આવે તો તેનો ઉપયોગ કરવામાં સરળતા થાય એ હેતુથી તે સંબંધી મારા વિચારો ટુંકામાં જણાવું તો અસ્થાને નહિ ગણાય.

૧. વ્યાખ્યાઓ.

વ્યાખ્યાઓ સાથે લગી એક જગાએ નહિ આપતાં છુટક છુટક ઉપયોગમાં આવે તેવી રીતે જ આપેલી છે. પારિભાષિક શબ્દો સંબંધી ચોકકસ ખ્યાલ આપ્યા સિવાય તેમનો ચોકસાઇથી ઉપયોગ થાય તેમ નહિ લાગવાથી શરૂઆતથી જ્યાં જ્યાં તેવા શબ્દોનો ઉપયોગ કરવાની જરૂર પડી છે ત્યાં ત્યાં પહેલાં વ્યાખ્યાઓ જ આપી છે અને તેમનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓને સચોટ થાય તે માટે તે ઉપર કેટલાક દાખલાઓ પણ સાથે સાથે જ આપ્યા છે. વિદ્યાર્થીઓ સાધનોનો ઉપયોગ કરે અને ચોકસાઇથી માપસર આકૃતિઓ દોરતાં શીખે એ જ હેતુ લક્ષમાં રાખેલો છે.

બિંદુ, રેખા અને પૃષ્ઠની વ્યાખ્યાઓ ક્રિયાત્માક ભાગમાં વિદ્યાર્થીઓના ખ્યાલમાં આવે તેવી રીતે આપવામાં આવી છે. આની શાસ્ત્રીય વ્યાખ્યાઓ તાર્કિક ભાગની શરૂઆતમાં જ શિક્ષકે આપવી. "બિંદુને સ્થિતિ છે પણ પરિમાણ નથી" એટલે આપણે **દોરીએ છીએ તે બિંદુને પરિમાણ તેા છે જ પણ ભૂમિતિમાં જ્યારે આપણે બિંદુનેા વિચાર કરીએ છીએ ત્યારે તેના પરિમાણ** (લંબાઇ, પહેાળાઇ, જાડાઇ) **સંબંધી આપણે કાંઇ પણ ખ્યાલ કરતા જ નથી.** એટલે ભૂમિતિનું બિંદુ **ફક્ત સ્થિતિ બતાવવાના કામમાં જ આવે છે.** બિંદુનું પરિમાણ જેટલું ઓછુ તેટલી ચેાકસાઇથી આ સ્થિતિ બતાવી શકાય છે માટે આપણે બિંદુ ઓછામાં ઓછા પરિમાણ વાળું દોરીએ છીએ "રેખાને લંબાઇ છે પણ પહેાળાઇ અને જાડાઇ નથી" આનેા અર્થ રેખાને પહેાળાઇ અને જાડાઇ બીલકૂલ છે જ નહિ એમ નથી પણ રેખાનેા ઉપયેાગ આપણે **ભૂમિતિમાં બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર ગણવામાં જ કરીએ છીએ.** એટલે ટુંકામાં આપણે રેખાનેા વિચાર કરીએ છીએ **ત્યારે તેની જાડાઇ અને પહેાળાઇનેા બીલકૂલ વિચાર કરતા નથી.** પણ ફક્ત તેની લંબાઇનેા જ વિચાર કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે **सर** રેખા ૫" લાંબી છે તે ઉપરથી આપણે સમજીએ છીએ કે **स** અને **र** બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર ૫" છે. આમાં રેખાની પહેાળાઇનેા આપણે બીલકૂલ ખ્યાલ કરતા નથી માટે રેખા પાતળામાં પાતળી દોરવી હિતાવહ છે. આ જ પ્રમાણે પૃષ્ઠનું પણ સમજવું. પૃષ્ઠનેા વિચાર કરતાં આપણે તેની લંબાઇ અને પહેાળાઇને લક્ષમાં લઇએ છીએ પણ જાડાઇ લક્ષમાં લેતા નથી એટલે ભૂમિતિના પૃષ્ઠને જાડાઇ નથી એમ કહેવું યથાર્થ જ છે.

૨ કૃત્યો.

સામાન્ય રીતે ભૂમિતિનાં પુસ્તકોમાં પ્રથમ પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવે છે અને તેમાં મુખ્યત્વે કરીને સાબીત કરવાના સિદ્ધાન્તોનાં સત્યો શોધી કહાડવા પ્રયત્ન થાય છે. આ પછી તુર્ત જ તાર્કિક ભાગ શરૂ થાય છે. આથી તાર્કિક ભાગના સિધ્ધાન્તો અને દાખલાઓમાં કરવામાં આવતી રચનાઓનું વિદ્યાર્થીઓને જ્ઞાન હોતું નથી અને છતાં તે કરવી તો પડે છે જ એટલે તે સંબંધી વિદ્યાર્થીઓને ચોકકસ માહિતી નહિ હોવાથી સાધનોનો યથાર્થ ઉપયોગ થતો નથી અને કામ ચોકકસ અને રસિક બનતું નથી. વધારામાં તાર્કિક ભાગ શરૂ કરતા પહેલાં ક્રિયાત્મક ભાગ કરવાથી વિદ્યાર્થીઓના હાથ અને આંખ કેળવાય છે અને તેઓ સાધનોનો યથાર્થ ઉપયોગ ઝડપથી કરતાં શીખે છે. આથી કેટલીક પ્રાથમિક વ્યાખ્યાઓ અને તે ઉપર મનોયત્નો આપ્યા પછી તુર્ત જ કેટલાંક સહેલાં અને ઉપયોગી કૃત્યો આપવામાં આવ્યાં છે. બધાં કૃત્યોની સાબીતી તો પ્રથમ ભાગના પહેલા ૧૩ સિદ્ધાન્તો થઇ ગયા પછી જ વિદ્યાર્થીઓ સારી રીતે સમજી શકે માટે સાબીતી તો ત્યાર પછી જ શીખવવાનો ઉદ્દેશ રાખ્યો છે.

બાકીનાં જે કૃત્યો છુટક છુટક જે સિધ્ધાન્તોની મદદથી સાબીત થાય છે તેમની પાછળ જ આપવામાં આવ્યાં છે.

દરેક કૃત્યનો મ્હાવરો વિદ્યાર્થીઓને થાય અને તેમના હાથ, આંખ અને બુધ્ધિ પણ કેળવાય તે હેતુથી દરેક કૃત્ય ઉપર મનો-યત્ન આપવામાં આવ્યું છે અને તેમાં દાખલાઓ પણ રસ પડે તેવા આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

૩ તાર્કિક ભાગ.

પ્રથમ સિધ્ધાન્ત લંબની રચના કરી સાબીત કરવાથી શરૂઆતમાં વિદ્યાર્થીઓને મુશ્કેલ પડે છે તેથી સરલકોણ (Straight angle) ની વ્યાખ્યા આપી, " ભાગોનો સરવાળો આખાની બરાબર છે " એ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની મદદ લઇને સરળ સાબીતી આપી છે. બીજા સિધ્ધાન્તની અનિષ્ટાપત્તિ (Reductio-ad-absurdm) થી આપેલી સાબીતી શરૂઆતમાં ભાગ્યે જ કોઇ વિદ્યાર્થી સમજી શકે છે. આથી આ સિધ્ધાન્ત પણ સરળ કોણની મદદથી જ સાબીત કર્યો છે.

સમાન્તર રેખાઓ ઉપરનો સિધ્ધાન્ત પણ વિદ્યાર્થીઓને બહુ ગભરાવે છે. આ સિધ્ધાન્ત જરા મોડો લીધો છે અને સાબીતી વિદ્યાર્થીઓ સમજી શકે તેવી આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે. આને આથી પણ મોડો લઇ શકાય; પણ તેના સત્યોથી દાખલા કરવામાં પડતી અનુકૂળતા લક્ષમાં લઇને તેની સાબીતી વિદ્યાર્થીઓ કેટલાક સિધ્ધાન્તો અને તે ઉપરના દાખલા ! કર્યા પછી સહેલાઇથી સમજી શકશે એમ ધારીને જ તે ત્યાં લેવામાં આવ્યો છે.

બહુકોણના અંદરના અને બહારના કોણો સંબંધી સિધ્ધાન્ત ૯ મો લીધો છે તેને સમાન્તર ચતુષ્કોણના સિધ્ધાન્ત પછી પણ લઇ શકાય. તે ૮ મા સિધ્ધાન્તના ઉપસિધ્ધાન્ત તરીકે કે ઉપયોગી દાખલા તરીકે પણ લઇ શકાય. તેની પ્રતિજ્ઞામાં " બહિર્વૃત્ત" (Convex) " શબ્દને " બહુકોણ " પહેલાં પડતો મૂકયો છે; કારણ કે તેનું સત્ય આન્તર્વૃત્ત (Convex) બહુકોણને પણ લાગુ પડે છે. શિક્ષક તે તરફ વિદ્યાર્થીઓનું ધ્યાન ખેંચશે તો તેમાં તેમને રસ પડશે. સિધ્ધાન્ત સાબીત કરવા માટે તો સરળ આકૃતિ દોરવી એ જ સારૂં છે અને તેથી સરળ આકૃતિ જ દોરી છે.

નિધાન (Locus) ના સિધ્ધાન્તો વિદ્યાર્થીઓને સમજ-વામાં અને શિક્ષકોને સમજાવવામાં ઘણી જ મુશ્કેલી પડે છે અને વિદ્યાર્થીઓને તે ઘણા અગત્યના સિધ્ધાન્તોનું યથાર્થ જ્ઞાન થતું નથી. ઘણા તો તેની વ્યાખ્યા પણ આપી શકતા નથી તો તેના ઉપયોગની તો વાત જ શી ? આ બાબત લક્ષમાં રાખી પુસ્તકની શરૂઆતથી જ એવા કેટલાક છુટા છવાયા દાખલાઓ આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે કે જેથી વિદ્યાર્થીઓ નિધાનના સિધ્ધાન્તો શીખે ત્યાર પહેલાં તો તેમનામાં તેમનું સત્ય ઠસેલું હોય અને તેઓ તેનો ઉપયોગ પણ કરતા હોય. વધારામાં નિધાનની રીતસર વ્યાખ્યા આપ્યા પહેલાં કેટલાક દાખલા આપ્યા છે અને સાબીતી પણ તેઓ સમજી શકે તેવી સ્પષ્ટ રીતે આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

ક્ષેત્રફળના સિધ્ધાન્તોમાં પાઇથેગોરસના સિધ્ધાન્ત સંબંધી ટુંકો ઇતિહાસ આપી ભારતવર્ષમાં તે સત્ય ઘણા પ્રાચીન કાળથી જાણીતું હતું અને ઉપયોગમાં લેવાતું તે સંબંધી ટુંકી હકીકત આપી છે. ભાસ્કરાચાર્યે આ સિધ્ધાન્તની બે રીતે તેમના બીજ ગણિતમાં સાબીતી આપી છે તે પણ આપવામાં આવી છે.

કેટલાક સિદ્ધાન્તોનો ઉપસિદ્ધાન્તો અને વ્યત્યાસ સિદ્ધાન્તોમાં સમાવેશ કરી સાબીત કરેલા સિદ્ધાન્તોની સંખ્યામાં ઘટાડો કરવા પ્રયત્ન કર્યો છે. સઘળા સિદ્ધાન્તોની સાબીતી પુસ્તકમાં આપેલી હોય છે તો વિદ્યાર્થીઓ તે વર્ગમાં સમજવા પ્રયત્ન કરતા નથી અને સાબીતી ગોખે છે. ભુમિતિ તો માધ્યમિક શાળાનું તર્ક-શાસ્ત્ર છે અને તેથી તે શીખવા અને શીખવવામાં કેટલોક ફરજીઆત વિચાર કરવાની જરૂર પડે એ આવશ્યક છે.

૪ દાખલાઓ.

ઘણા જ દાખલાઓથી વિદ્યાર્થીઓ અને શિક્ષકો ઉભયને કંટાળો આવે છે. આ પુસ્તકમાં દાખલાઓ બહુ નહિ પણ પૂરતા, સહેલા, વ્યાવહારિક. રસિક અને જેમનાં પરિણામ ભવિષ્યના કામમાં ઉપયોગી થાય તેવા આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

૫ પરિભાષા.

ભૂમિતિની પરિભાષા સામાન્ય ભાષાથી કાંઇક જુદી હોય તો ઘણી અનુકૂળતા થાય છે એવો અનુભવ આ પુસ્તક તૈયાર કરતાં થયો છે. સંસ્કૃત પરિભાષાથી આખા હિંદુસ્તાનમાં પારિભાષિક એકતા આવે, એક ભાષાનું પુસ્તક બીજી ભાષામાં પણ સમજી શકાય, તેના તે જ પારિભાષિક શબ્દોમાં તે બીજી ભાષામાં શીખી અને શીખવી શકાય અને તેના તે જ પારિભાષિક શબ્દો રાખી તેનું ભાષાન્તર પણ બીજી ભાષામાં થઇ શકે એ લક્ષમાં રાખીને જ પરિભાષા મુખ્યત્વે સંસ્કૃત રાખી છે. સહેલા અને ટુંકા શબ્દો પસંદ કરવામાં આવ્યા છે.

આ પુસ્તક બને તેટલું ઉપયોગી બનાવવા ટુંક સમયમાં યથાશકિત કાંઇક થયું છે. અનુભવી શિક્ષકો તેમાં સુધારા વધારા સૂચવશે તો બીજી આવૃતિ વખતે તેમાં યોગ્ય ફેરફાર કરવામાં આવશે.

ચરોતર એજ્યુકેશન સોસાઇટી, આણંદ. } ભીખાભાઇ કુબેરભાઇ પટેલ.

શિક્ષકોને સૂચનાઓ.

૧. ભૂમિતિમાં જરૂરનાં સઘળાં સાધનોની પેટી લીધા સિવાય આવનાર વિદ્યાર્થીને વર્ગમાં દાખલ જ નહિ થવા દેવાનો રીવાજ રાખવો.

૨. વ્યાખ્યાઓ ગોખાવવાથી ભૂમિતિશિક્ષણનો હેતુ સફળ થતો નથી. યોગ્યાયોગ્યતાની ચર્ચા કરી વ્યાખ્યાઓ વિદ્યાર્થીઓ વર્ગમાં તૈયાર કરે એ ઇચ્છવા લાયક છે. આ થયા પછી જુદા જુદા પ્રકારની આકૃતિઓ દોરી તે સંબંધી કેટલાક પ્રશ્નો પૂછી વ્યાખ્યાઓ બધા વિદ્યાર્થીઓના મનમાં બરાબર ઠસાવવા પ્રયત્ન કરવાથી કામ રસિક અને સંગીન બનશે.

૩. કોઇ પણ સિદ્ધાન્ત સાબીત કરતા પહેલાં જે સત્ય સાબીત કરવાનું હોય તે વિદ્યાર્થીઓ પાસે જુદા જુદા પ્રકારની આકૃતિઓ દોરાવી પ્રયોગથી શોધી કહાડવું.

૪. આ ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પાસે જ સિદ્ધાન્તોની પ્રતિજ્ઞા તૈયાર કરાવવી.

૫. પ્રતિજ્ઞામાં આપેલું શું છે અને સાબીત કરવાનું શું છે તે વિદ્યાર્થીઓના મનમાં બરાબર ઠસાવવાથી સિદ્ધાન્ત સાબીત કરવાનું કામ સરળ બને છે.

૬. પાટીઆ ઉપર આકૃતિ દોરાવી વા દોરી સૂચક પ્રશ્નો પૂછી સિદ્ધાન્ત બને તેટલો વિદ્યાર્થીઓ પાસે જ સાબીત કરાવરાવવા પ્રયત્ન કરવા.

૭. સિદ્ધાન્ત શીખવ્યા પછી તે ઉપરના મનોયત્નના ઘણાખરા દાખલા વિદ્યાર્થીઓ કરે ત્યાર પછી જ નવો સિદ્ધાન્ત શીખવવો.

૮. વિદ્યાર્થીઓ કાંઈ પણ પ્રયત્ન જાતે કરે નહિ તે પહેલાં તેમને કાંઇ શીખવવું નહિ.

૯. વિદ્યાર્થીઓને દાખલા ઘેરથી કરી લાવવાને આપવા. તેઓ કરી શકે નહિ એવા દાખલાની પણ આકૃતિ તો દોરી લાવે જ અને તે ઉપર વિચાર પણ બને તેટલો કરી લાવે એવો આગ્રહ રાખવો.

૧૦. બને તેટલું કામ વિદ્યાર્થીઓ પાસેથી જ લેવું. જે શિક્ષક વર્ગમાં પેસે ત્યારથી બોલબોલ જ વા પાટીઆ ઉપર લખલખ જ કરે અને તે જે કરે તેમાં વિદ્યાર્થીઓને ભાગ લેવા ન દે તેથી શિક્ષણનો હેતુ બરાબર સધાતો નથી. **શિક્ષણનો હેતુ વિદ્યાર્થીઓની શક્તિઓ કેળવવાનો છે. થોડી મહેનતે ટૂંક વખતમાં વિદ્યાર્થીઓનાં મગજો હકીકતોથી ભરવાનો નથી.**

૧૧. પ્રયત્ન કર્યા પછી ન આવડે તેવા દાખલા ઘણા થોડા વિદ્યાર્થીઓને આવડતા હોય તો પાટીઆ ઉપર બીજાઓને તે સમજાવવા એકાદ વિદ્યાર્થીને કહેવું. તેઓ "હાજી હા" ન કરે તે માટે શીખવાયેલું તેઓ બરાબર સમજ્યા છે કે નહિ તે જાણવાને વારંવાર પ્રશ્નો પૂછવા.

૧૨. ઘણાને આવડતા હોય તેવા દાખલા તેઓ માંહે માંહે ન આવડનારને શીખવે તેમ કરવું. કોઇ કોઇ વખત કાચા વિદ્યાર્થી પાસે પણ પાટીઆ ઉપર આકૃતિ દોરાવી સૂચક પ્રશ્નો પૂછી દાખલાઓ કરાવવા પ્રયત્ન કરવા. આથી વિદ્યાર્થીઓની આત્મશ્રદ્ધા કેળવાશે અને કાચા વિદ્યાર્થીઓને પણ લાગશે કે બાબત તો સહેલી હોય છે પણ તેઓ તે કરવા પ્રયત્ન કરતા નથી માટે તેઓ તે કરી શકતા નથી. આમ કેટલીક વખત થવાથી જેને આ વિષયમાં ઓછો રસ પડતો હશે તેને પણ આ વિષય રસિક લાગશે.

૧૩. ઉપર કહેવાઇ ગયું તેમ શિક્ષક પોતે પાટીઆનું સેવન હદ ઉપરાંત ન કરે તે સાથે તે ખુરશીનું સેવન પણ બહુ ન કરે અને વિદ્યાર્થીઓ કામ કરતા હોય ત્યારે તે કેવી રીતે કરે છે તે ફરતા ફરતા જુવે અને તેમને માર્ગદર્શક થાય એ ઇચ્છવા લાયક છે.

વિદ્યાર્થીઓને સૂચનાઓ.

૧. સઘળી આકૃતિઓ સ્વચ્છ અને માપસર દોરવી.

૨. એક જ રેખા ઉપર બે વખત પેન્સિલ ફેરવવી નહિ.

૩. બિંદુઓમાં થઇને રેખા દોરવા માટે પેન્સિલનું અણિયું બિંદુ ઉપર બરાબર આવે તેવી સ્થિતિમાં કાટખુણિયું બરાબર મૂકયું છે કે નહિ તે તપાસ્યા પછી રેખા દોરવી.

૪. આકૃતિઓ ઘણી નાની દોરવી નહિ.

૫. દરેક વિદ્યાર્થીએ ભૂમિતિ માટે અર્ધા કાગળના કદની એક સારી નોટ બાંધવી. પાનની પહોળાઇના $\frac{1}{4}$ ભાગનો હાંસીઓ રાખી તેમાં દરરોજના કામની શરૂઆતમાં મિતિ લખવી. વિદ્યાર્થીઓ ઉપરના ધોરણોમાં જાય ત્યારે જરૂર પડતા વધારાના કાગળો ઉમેરી આ નોટનો જ ઉપયોગ કરે એ હિતાવહ છે.

૬. આકૃતિઓ દોરવામાં ગમે તે પ્રકારની આકૃતિ દોરવાની હોય ત્યારે ખાસ ધર્મવાળી આકૃતિ દોરવી નહિ. કોઇ પણ ત્રિકોણ દોરવાનો હોય ત્યારે સમભુજ, સમદ્વિભુજ, કે કાટખુણ ત્રિકોણ દોરવો નહિ. કોઇ પણ ચતુષ્કોણ દોરવાનો હોય ત્યારે સમાન્તર ચતુષ્કોણ, લંબચોરસ કે ચોરસ દોરવો નહિ.

૭. આકૃતિઓનાં નામ આપવામાં નિયમ સાચવવાથી ઘણી અનુકુળતા થાય છે. ઘડિઆળના કાંટાની ગતિ વિરૂધ્ધ દિશામાં આકૃતિઓનાં નામ આપવાની ટેવ રાખવી.

ત્રિકોણના स, र, ग કોણોની સામેની ભુજાઓને નામ આપવામાં જ અનુક્રમે સ, ર, ગ, અક્ષરોનો ઉપયોગ કરવો; ગમે તેમ ઉપયોગ કરવો નહિ.

એકરૂપ ત્રિકોણોને નામ આપવામાં અનુક્રમે જે ભાગો સરખા હોય તે ક્રમ પ્રમાણે નામ આપવાં.

૮. કોઇ પણ કાર્ય કરવાને ખાસ કારણ ન હોય તો તે કરવુ નહિ અને જે જે કાંઇ કરવામાં આવે તે માટે પ્રમાણ આપવાની ટેવ રાખવી.

૯. અઠવાડિયામાં ઓછામાં ઓછા એક વખત તો શીખેલા બધા સિદ્ધાન્તો અને ઉપસિદ્ધાન્તોની પ્રતિજ્ઞાઓ યાદ કરી જવાથી પ્રમાણ આપવામાં ઘણી સરળતા થાય છે.

૧૦. સાબીતી આપતાં થઇ ગયેલા સિદ્ધાન્તોનું પ્રમાણ આપવામાં સિદ્ધાન્તોના નંબર આપવાની જરૂર નથી. આ માટે આ પુસ્તકમાં સિદ્ધાન્તો સાબીત કરવામાં થોડામાં થોડા શબ્દોમાં પ્રમાણ આપ્યાં છે તે પ્રમાણે પ્રમાણ આપવાં.

૧૧. સિદ્ધાન્તોના જેટલી જ અગત્ય મનોયત્નોની છે. દાખલાઓ કરવામાં પહેલાં જાતે જ પ્રયત્ન કરવો અને ઘણા પ્રયત્ન પછી જ બીજા કોઇની મદદની જરૂર જણાય તો તે લેવી. યાદ રાખવું કે **વધારે પ્રયત્ને મેળવેલું જ્ઞાન વધારે વખત ટકે છે. સ્વપ્રયત્નથી ઘણીજ ધીમી પ્રગતિ કરનાર પણ થોડા વખતમાં અજાયબ ફત્તેહ મેળવે છે.**

૧૨. માપસર આકૃતિઓ દોર્યા પછી આપેલી સમાન બાબતો સમાન નિશાનીઓથી બતાવવી. આથી સાબીતી આપવામાં ઘણી અનુકૂળતા થાય છે.

પરિભાષા

અચલ, સ્થિર Constant, fixed
અનન્ત Infinite
અનિષ્ટાપત્તિ Reductio-ad-absurdum
અભિકોણ Vertically opposite angle
અવકાશ Space
અષ્ટકોણ Octagon
અક્ષર Letter
આકૃતિ Figure
ઇ. કૃ. इति कृतम् Q. E. F.
ઇ. સિ. इति सिद्धम् Q. E. D.
ઉંચાઇ Height
ઉપકોણ Adjacent angle
ઉપસિદ્ધાન્ત Corollary
એકકેન્દ્ર Concentric
એકકેન્દ્રવૃત્ત Concentric circle
એકાકાર થવું Coincide
એકાન્તર Alternate
એકાન્તર વૃત્તખંડ Alternate Segment of a Cirele
એકમ Unit
એકાત્મક Identical
એક બિંદુગામી, સહગામી Concurrent
એક રૂપ Congruent
એક રૂપતા Congruency
અંતઃકેન્દ્ર Incentre
અંતઃકોણ Interior angle
અંતર્ગત Inscribed
અંતર્ગત કોણ Included angle
અંતર્વૃત્ત Inscribed circle
અંતરિત Subtended
અંશ Degree
આંતરવું Subtend
કર્ણ Hypotenuse
કળા (અંશનો $\frac{1}{60}$ મો ભાગ) Minute
કાટખુણો (મૂલકોણ) Right angle
કાટખુણ ત્રિકોણ Right angled triangle
કાટખુણિયું Set square
કૃત્ય Problem
કેન્દ્ર Centre

કેન્દ્ર રેખા Line of centres
કોટિકોણ Complementary angle
કોણમાપક Protractor
ખંડ Segment
ગુરુકોણ Obtuse angle
ગુરૂકોણ ત્રિકોણ Obtuse angled triangle
ગુરુત્વકેન્દ્ર Centroid
ચતુષ્કોણ Quadrilateral
ચાપ Arc
છેડો Extremity
છેદક Secant
જીવા Chord
તિર્યંક્રેખા Transversal
ત્રિકોણ Triangle
ત્રિજ્યા Redius
દશભુજ Decagon
દુભાજક Bisector
ધર્મ Property
નવકોણ Nonagon
નિધાન Locus
પટ્ટી Ruler
પરિકર Compasses
પરિકેન્દ્ર Circumcentre
પરિગત Described about
પરિગત વર્તુલ, પરિવૃત્ત } Circumscribed circle
પરિઘ Circumference
પરિમાણ Dimension
પરિમિતિ Perimeter
પરિવૃત્ત Circumscribed
પક્ષ Data, hypothesis
પાદ Foot of a perpendicular
પાદિક Pedal
પાયો Base
પૂરક Supplementary
પૂરકકોણ Supplementary angle
પંચકોણ Pentagon
પ્રત્યક્ષ સાબીતી Direct proof
પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ Axiom
પ્રતિજ્ઞા Enunciation
પ્રક્ષેપ Projection
પૃષ્ઠ Surface
બહુકોણ Polygon
બહિર્ગત વર્તુલ Escribed circle
બાહ્ય Exterior, External
બાહ્ય કેન્દ્ર Excentre
બાહ્યકોણ Exterior angle

બિંદુ Point
ભુજ Arm, side
ભૂમિતિ Geometry
મધ્ય Middle
મધ્યગા Median
માપ Scale
રચના Construction
રેખા Line
લઘુકોણ ત્રિકોણ Acute angled Triangle
લંબ Perpendicular, Altitude
લંબચોરસ Rectangle
વક્રરેખા Curved line
વર્ગ Square
વર્તુલ (વૃત્ત) Circle
વાર્તિક (ચક્રીય) Cyclic
વિકર્ણ Diagonal
વિકળા (અંશનો $\frac{1}{3600}$ મો ભાગ) Second
વિભાજક Dividers
વિષમભુજ ત્રિકોણ Scalene triangle
વૃત્તખંડ Segment of a Circle
વ્યત્યાસ Converse theorem
વ્યાખ્યા Definition
વ્યાસ Diameter
વ્યુત્ક્રમકોણ Alternate angle
શિશિબિંદુ Vertex
શિરોબિંદુકોણ Vertical angle
ષટ્કોણ Hexagon
સજાતિય Similar
સપ્તકોણ Heptagon
સમ Regular
સમકોણ ત્રિકોણ Equiangular triangle
સમચતુર્ભુજ Rhombus
સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ Isosceles triangle
સમ બહુકોણ Regular polygon
સમભુજ ત્રિકોણ Equilateral triangle
સમલંબ ચતુષ્કોણ Trapezium
સમાન Equal
સમાન્તર Parallel
સમાન્તર (ભુજ) ચતુષ્કોણ Parallelogram
સંકેત Postulate
સંગત કોણ Corresponding angle

સાધ્ય To be proved
સાબીતી Proof
સામાન્ય Common
માન્ય સમીકરણ Identity
સિદ્ધાન્ત Theorem
સુરેખ Rectilineal
સુરેખા Straight line
સ્થિતિ Position
સ્થિર Fixed
સ્પર્શ રેખા Tangent
સ્પર્શબિંદુ Point of contact
ક્ષેત્ર Plane surface or plane
ક્ષેત્ર ભૂમિતિ Plane geometry
ક્ષેત્રફળ Area



યુક્લિડ

મહાન ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી

ઈ. સ. પૂ. ૩૦૦

ચરોતર પ્રિન્ટિંગ પ્રેસ–આણંદ.

ભૂમિતિનાં મૂળતત્ત્વો

ભાગ ૧

ક્રિયાત્મક ભૂમિતિ

(વ્યાખ્યાઓ, સાધનોનો ઉપયોગ અને કૃત્યો)

જરૂરનાં સાધનો અને તેમનો ઉપયોગ.

પટ્ટી : જેની બન્ને કોરો ઢાળ પડતી હોય, એક કોર ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ અને બીજી ઉપર સેન્ટિમિટર અને મિલિમિ-ટરના ભાગ બતાવ્યા હોય તેવી પટ્ટી. આથી દશાંશ ઇંચ સુધીનું અંતર ચોક્કસ રીતે માપી શકાશે. જો અંતર ૩.૪" અને ૩.૫" વચ્ચે હોય તો છેલ્લા દશાંશ ઇંચના ૧૦ ભાગ કલ્પી ચોકકસ અંતર લેવાને તેના કેટલા ભાગ લેવા તેનું અનુમાન કરી ૪ ભાગ લેવાના હોય તો અંતર ૩.૪૪" ગણાય. આજ પ્રમાણે ૩.૪૫", ૩.૪૬", ૩.૪૭", ૫.૭૯", વગેરે માટે સમજવું.

બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર પટ્ટીથી માપવામાં દૃષ્ટ્યંતર થવાનો ભય રહે છે. માટે બરાબર માપ લેવાને બહુ ચોકસાઇ રાખવાની જરૂર છે. આ માટે પટ્ટીની ધાર બિંદુઓને બરાબર અડકાડીને મૂકવી. હંમેશાં પ્રથમ ઇંચનો કાપો જે બિંદુથી અંતર માપવાનું હોય તેની સામે રાખવો. માપ લેતાં જે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર માપવાનું હોય તે બિંદુઓ તરફ આજુબાજુથી નહિ જોતાં દરેકની બરાબર ઉપર (કાટખુણે) આંખ રાખીને માપ લેવું. બહુજ ચોક્કસ માપ લેવાનું હોય ત્યાં તો વિભાજકનો જ ઉપયોગ કરવો હિતાવહ છે.

વિભાજક : બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર માપવા અને પટ્ટી ઉપરથી જોઇતી લંબાઇ લેવામાં આનો ઉપયોગ કરવો. કાગળ વા પટ્ટી ઉપર આનાં અણિયાંની નિશાનીઓ ન થાય માટે કાળજી રાખવી. આ માટે તેને ઉભો નહિ પકડતાં આડો જ પકડવો. કોઇ પણ લંબાઇ લેતી વખતે તેનાં પાંખાં જોઇએ તે કરતાં વધારે પહોળાં કરવાં અને ધીમે ધીમે જોઇતી લંબાઇ જેટલાં પહોળાં રહે

ત્યાં સુધી દાબવાં. દબાણ મુકી દીધા પછી તે જોઇએ તે કરતાં વધારે પહોળાં ન થઇ જાય અને લીધેલા અંતરમાં ફેર ન પડે તે ખાસ જોવું. અંતર ચોકકસ થાય એટલે તેને ફક્ત ટોચથી જ પકડવો અને તે પ્રમાણે લંબાઇ લેવી.

પરિકર: આનો ઉપયોગ મુખ્યત્વે કરીને વર્તુલ દોરવામાં કરવો. વિભાજક સંબંધી આપેલી સૂચનાઓ આ વાપરતાં પણ ધ્યાનમાં રાખવી. અંતર લીધા પછી ધાતુનું અણિયું કેન્દ્ર ઉપર જરા દબાવવું અને તેને સ્થિર કરી ફક્ત ટોચથીજ પકડીને પેન્સિલવાળો બીજો પગ કાગળને સ્પર્શ કરે તેવી રીતે ફેરવવો.

કાટખુણિયાં: આનો ઉપયોગ સાદી અને સમાન્તર રેખાઓ દોરવામાં કરવો. રેખાઓ દોરતાં તે ખસી ન જાય માટે તેમને મજબૂત પકડવાં. એકના કોણ ૯૦°, ૬૦°, ૩૦° અને બીજાના ૯૦°, ૪૫°, ૪૫°, અંશના હોય છે. લંબ દોરવામાં અને ૩૦°, ૪૫°, અને ૬૦° ના કોણો બનાવવામાં પણ આનો ઉપયોગ કરવો.

કોણમાપક: આનો ઉપયોગ ખુણાઓ માપવા અને બનાવવામાં કરવો. માપસર કોણો બનાવવાને આને ઘણી ચોકસાઇથી વાપરવાની જરૂર છે. જરૂર જણાય ત્યાં અંશના દશમા ભાગને કલ્પી કોણો માપવામાં અંશનો દશાંશ ભાગ પણ મપાય છે.

પેન્સિલ: આકૃતિઓની ચોકસાઇ રેખાઓની બારીકાઇ ઉપર આધાર રાખે છે. રેખાઓની બારીકાઇ પેન્સિલ અને તેની અણી ઉપર આધાર રાખે છે. આ માટે દરેક વિદ્યાર્થી પાસે એક ઘણી કઠણ અને એક થોડી કઠણ એવી બે પેન્સિલો હોવાની ખાસ જરૂર છે. ઘણી કઠણ પેન્સિલનો છેડો ચપટી ધારવાળો રાખવો અને ઓછી કઠણ પેન્સિલની ગોળ અણીદાર અણી કહાડવી.

સિદ્ધાન્તમાં આપેલી બાબતો બતાવવામાં ઓછી કઠણ પેન્સિલ અને રચનાની ટપકાં વાળી રેખાઓ દોરવામાં વધારે કઠણ પેન્સિલનો ઉપયોગ કરવો. કૃત્યમાં ઘણી કઠણ પેન્સિલ આપેલી અને તેને લગતી બાબતો અને રચનાની ટપકાં વાળી રેખાઓ બતાવવામાં વાપરવી અને છેવટનું પરિણામ બતાવવામાં ઓછી કઠણ પેન્સિલનો ઉપયોગ કરવો. પેન્સિલોનાં અણિયાં બરાબર રાખવા માટે સાધનોની દરેક પેટીમાં કાચકાગળ રાખવાની આવશ્યકતા છે.

ભૂમિતિમાં વપરાયેલાં ચિહ્નો

+ = વત્તા	∵ = કારણ
− = ઓછા	∴ = તેથી
∠ = કોણ	‖ કોણ = સમાન્તર ચતુષ્કોણ
= = બરાબર	કા. ∠ = કાટખુણો
⊥ = લંબ	(″) = ઇંચ : ૪″
‖ = સમાન્તર	(′) = ફુટ : ૪′
△ = ત્રિકોણ	(°) = અંશ : ૬૦°
≡ = એક રૂપ	સેમિ. = સેન્ટિમિટર
> = વધારે મોટો	મિમિ. = મિલિમિટર
< = વધારે નાનો	सर જોડો = स થી र સુધી રેખા દોરો
⊙ = વર્તુલ	

નિશાનીઓ પાછળ "ઓ" બહુવચનદર્શક છે: △ ઓ = ત્રિકોણો, ⊥ ઓ = લંબો.

આ ઉપરાન્ત નીચેના જેવા સહજ સમજાય તેવો કેટલાક ટુંકા શબ્દોનો પણ ઉપયોગ કરવામાં આવ્યો છે:

લં. ચો. = લંબચોરસ   કા. ખુ. = કાટખુણો

પ્રકરણ ૧

(વ્યાખ્યાઓ અને સાધનોનો ઉપયોગ)

મનોયત્ન ૧

૧. નીચે જણાવેલી બાબતો ઘણી જ ચોકસાઇથી માપો:

(ક) તમારા વર્ગના ઓરડાની લંબાઇ અને પહોળાઇ.

(ખ) તમારા પુસ્તકની લંબાઇ અને પહોળાઇ.

(ગ) તમારી પેન્સિલની લંબાઇ.

૨. નીચે જણાવેલી બાબતોનું અનુમાન કરો, તેમનું ખરૂં માપ લ્યો અને તે બન્નેનો તફાવત નોંધો:

(ક) તર્ગનાં બારીબારણાંની ઉંચાઇ અને પહોળાઇ.

(ખ) વર્ગના પાટીઆની લંબાઇ અને પહોળાઇ.

(ગ) ભૂમિતિનાં સાધનોની પેટીની લંબાઇ અને પહોળાઇ.

(ઘ) તમારા સહાધ્યાયીની ઉંચાઇ અને છાતીનો ઘેરાવો.

(ચ) વર્ગમાં ઉંચામાં ઉંચા વિદ્યાર્થીની ઉંચાઇ અને છાતીનો ઘેરાવો.

(છ) વર્ગના નાનામાં નાના વિદ્યાર્થીની ઉંચાઇ અને છાતીનો ઘેરાવો.

પ્રાથમિક વ્યાખ્યાઓ.

૧. જેને ઓછામાં ઓછું પરિમાણ (લંબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઇ) છે, તેને **બિંદુ** કહે છે. બારીક અણિયાથી કરેલાં નાનાં ટપકાં બિંદુઓ છે.

૨. જેને ગમે તેટલી લંબાઇ છે પણ ઓછામાં ઓછી પહોળાઇ છે તેને **રેખા** કહે છે. રેખા બિંદુઓની બને છે. ઘણા બારીક અણિયાથી દોરેલી પાતળી લીટી તે રેખા છે.

૩. જેને ગમે તેટલી લંબાઇ અને પહોળાઇ છે પણ ઓછામાં ઓછી જાડાઇ છે તેને **પૃષ્ઠ** કહે છે. પૃષ્ઠ રેખાઓનું બને છે.

જે પૃષ્ઠમાં ગમે તે બે બિંદુઓ જોડનારી આખી રેખા તેજ પૃષ્ઠમાં રહે છે તે પૃષ્ઠને **સપાટ પૃષ્ઠ** અથવા **ક્ષેત્ર** કહે છે.

જે પૃષ્ઠ સપાટ નથી તેને **વક્ર પૃષ્ઠ** કહે છે.

૪. જેને ગમે તેટલી લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ છે તેને **ઘન** કહે છે. ઘન પૃષ્ઠોનું બને છે. ઘણાં પૃષ્ઠો એક ઉપર એક આવે છે એટલે ઘન થાય છે.

૫. કોઇ પણ બે બિંદુઓ વચ્ચેના ટુંકામાં ટુંકા અંતરને * **સુરેખા** કહે છે.

૬. જે સુરેખા નથી તેને **વક્ર રેખા** કહે છે.

---

* આ પુસ્તકમાં "સુરેખા" ને બદલે "રેખા" શબ્દજ ઘણી જગાએ વાપર્યો છે.

મનોયત્ન ૨

૧. નીચેની લંબાઇની સુરેખાઓ પટ્ટીથી દોરોઃ ૨", ૩.૭", ૪.૩", ૧૧ સેમિ., ૧૨.૭ સેમિ., ૧૧૪ મિમિ., ૫.૭".

૨. જુદી જુદી લંભાઈની પાંચ રેખાઓ કાટખુણિયાથી દોરો, તેમની લંબાઇ અનુમાનથી કહો અને તેમને ઇંચ અને સે મિ. માં પટ્ટીથી માપો.

૩. અનુમાનથી એક ૫" લાંબી સુરેખા દોરો. તેને બરાબર માપો અને તેમાં જરૂરનો વધારો ઘટાડો કરો. તેને સેમિ. માં માપો અને એક ઇંચ બરાબર કેટલા સેમિ. થાય છે તે નોંધો.

૪. એક બને તેટલી લાંબી સુરેખા દોરો. તેના ગમે તેવા ત્રણ ભાગ કરો. આખી રેખા અને દરેક ભાગની લંબાઇ અનુમાનથી કહો. અનુમાન કેટલું ખરૂં છે તે માપથી જુઓ.

૫. વિભાજકનો ઉપયોગ કરીને નીચેના માપની સુરેખાઓ દોરો અને ગણુતરી કરી તેમનાં મધ્યબિંદુઓ કહાડો.

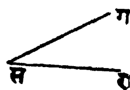
૫", ૧૨ સેમિ., ૪.૭", ૩.૪", ૧૦.૩૮ સેમિ.

૬. ૫", ૯", ૧૦", ૬", માપની સુરેખાઓ દોરો. તેમાં પહેલીના બે, બીજીના ત્રણુ, ત્રીજીના પાંચ અને ચોથીના ચાર સરખા ભાગ અનુમાનની કરો. વિભાજકથી માપ લઇ તમારા અનુમાનની પરીક્ષા કરો.

૭. નીચેની દરેક વસ્તુ બિંદુ, રેખા, પૃષ્ઠ કે ઘન છે તે કારણુ સાથે જણુાવોઃ તાર, દોરી, છાયા, કાગળનો ટુકડો.

૮. એક, બે, ત્રણુ અને ૭ પૃષ્ઠવાળા ઘનનાં નામ આપો.

કોણો.

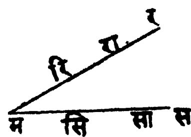


આ. ૧.

૭. બે સુરેખાઓ એક બિંદુ આગળ મળે ત્યારે તે ખુણો અથવા કોણ બનાવે છે એમ કહેવાય છે.

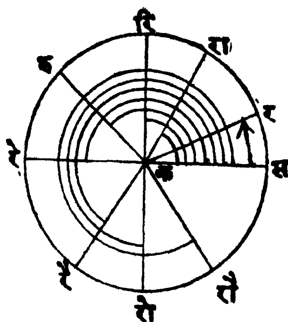
૮. કોણ બનાવનાર સુરેખાઓને કોણની **ભુજાઓ** કહે છે; અને જે બિંદુ આગળ તે મળે છે તેને તેનું **શિરોબિંદુ** કહે છે.

કોણોનું મહત્વ.



આ. ૨.

બાજુની આકૃતિમાં **म** આગળના કોણનાં નામ ∠ **समर**, ∠ **सामरा**, ∠ **सिमरि** વગેરે આપી શકાય. આ કોણોની ભુજાઓમાં તફાવત છે પણ કોણ તો એક જ છે. માટે કોણના મહત્વનો આધાર તેની ભુજાઓ ઉપર નથી પણ તેની ભુજાઓના ગોળ ફરવા ઉપર છે તે નીચેની આકૃતિ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે.



આ. ૩

कर રેખાના **क** છેડા આગળ એક ખીલો ઠોકેલો છે અને **कर** રેખા **क** ની આજુબાજુ ગોળ ફરે છે એમ ધારો. તે તેની મૂળ જગા **कस** થી નીકળી આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ તીરની દિશામાં ફરે છે અને ∠ **सकरा** ∠ **सकरि** ∠ **सकरु**, વગેરે કોણો બનાવી **कस** માં મળી જાય છે એટલે તે એક ફેરો પૂરો કરે છે.

૯. कर ફરતી ફરતી करे સાથે મળે છે ત્યારે તે ૧/૨ ફેરો ફરે છે અને ∠ सकरे બનાવે છે. આ વખતે તેની कस અને करे ભુજાઓ એકજ સુરેખામાં આવે છે. આ કોણને **સરલકોણ** કહે છે. ∠ सकरे=૧૮૦° ×

૧૦. कर જ્યારે करि માં મળે છે ત્યારે તે સરલકોણથી અર્ધો કોણ પૂરો કરે છે. એટલે ∠ सकरि=૧/૨ ∠ सकरे=૧/૪ આખો ફેરો. આ કોણને **કાટખુણો** કહે છે. ∠ सकरि=૯૦°; ∠ सकरी=૩ કાટખુણા=૨૭૦°; અને એક પૂરો ફેરો=૪ કાટખુણા=૩૬૦°.

૧૧. કાટખુણાથી નાના કોણને **લઘુકોણ** કહે છે.

૧૨. કાટખુણાથી મોટા કોણને **ગુરૂકોણ** કહે છે.

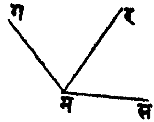
૧૩. સરલકોણથી મોટા અને ચાર કાટખુણાથી નાના કોણને **સરલાધિકકોણ** કહે છે.

× પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ લગભગ ૩૬૫ દિવસમાં એક ફેરો ફરી રહે છે. આ મુદતને વર્ષ કહે છે. પૃથ્વી રોજ જેટલું ફરે છે તેને દિવસ કહે છે. અને તેથી એક વર્ષ લગભગ ૩૬૫ દિવસનું થાય છે. પણ સામાન્ય રીતે મહિનાના દિવસ ૩૦ અને વર્ષના દિવસ ૩૬૦ ગણવામાં આવે છે. આ હિસાબે પૃથ્વી રોજ જેટલું ફરે છે તેને અંશ કહે છે. વધારામાં ૩૬૫ કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા અવયવો પાડવામાં વધારે અનુકૂળ છે માટે ૩૬૫ ની નજીકની સારી વિભાજ્ય સંખ્યા ૩૬૦ લઇ વર્તુલના ૩૬૦ મા ભાગને અંશ કહ્યો હશે એમ અનુમાન થાય છે. માટે સરલકોણ=૧૮૦°

૧૪. બે કોણોનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર થાય તો તેમને **કોટિકોણો** કહે છે.

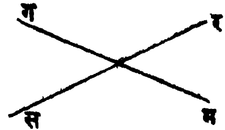
૧૫. બે કોણોનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર થાય તો તેમને **પૂરકકોણો** કહે છે.

૧૬. એકજ બિંદુમાંથી ત્રણ સુરેખાઓ દોરવામાં આવી હોય તો વચલી રેખા બાકીની બે સાથે જે કોણો બનાવે છે તે કોણોને **ઉપકોણો** કહે છે.



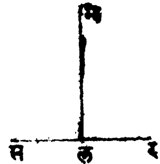
આ. ૪

૧૭. બે સુરેખાઓ પરસ્પર છેદે તો શિરોબિંદુની સામ-સામેની બાજુએ જે કોણો થાય તેમને **અભિકોણો** કહે છે.



આ ૫

૧૮. **सर** સુરેખા સાથે **मल** સુરેખા કટાખુણો બનાવે છે, માટે **मल** એ **सर** ઉપર દોરેલો **લંબ** છે એમ કહેવાય છે.



આ. ૬

મનોયત્ન ૩

૧. ૩૦°, ૪૫°, ૬૦°, અને ૯૦° ના કોણો તમારા કાટ-ખુણિયાનો ઉપયોગ કરીને દોરો.

૨. ૧૫૫° નો કોણ દોરો. કોણમાપકના ઉપયોગથી તેમાંથી ૬૩° નો કોણ બાદ કરો, અને બાકીનામાં ૨૮° નો કોણ ઉમેરો.

૩. આકૃતિ ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, માં ઉપકોણો, કોટિકોણો, પૂરક કોણો અને અભિકોણોમાંથી જે મળી આવે તેમનાં નામ આપો.

૪. ૪૬°, ૬૮° ૨૧°, અને ૭૧° ના કોણોના કોટિકોણો અને પૂરકકોણો કોણમાપકથી દોરો.

૫. ૪૯°, ૯૭°, ૨૯૧°, ૧૮૦° ના કોણોમાં લઘુ, ગુરુ, સરલ, અને સરલાધિક કોણો કયા કયા છે તે કારણ સાથે કહો અને છેલ્લા બે કોણો દોરો.

૬. **सर** રેખા દોરો. **सर** ઉપર **ग** બિંદુ લ્યો. **ग** માંથી **गम** રેખા દોરો. ∠ **मगर** અને ∠ **मगस** માપો, અને તેમનો સરવાળો કરો. આ બે કોણો કેવા કોણ કહેવાય? જુદી જુદી રેખાઓ દોરી કેટલાક વખત આ પ્રમાણે કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

૭. **सर** રેખા ઉપર **र** આગળ **रग** રેખા દોરી ∠ **सरग** = ૬૫° બનાવો. **र** માંથી એક બીજી રેખા **रम** દોરી ∠ **गरम** = ૧૧૫° બનાવો. આ બે કોણો કેવા કોણો કહેવાય ? **सर** અને **रम** કેવા પ્રકારની રેખા બનાવે છે? જુદા જુદા માપના પૂરકકોણો લઇ ઉપર પ્રમાણે આકૃતિઓ દોરો અને તેમની બહારની ભુજાઓ માટે શું અનુમાન કરો છો તે કહો.

૮. **सर** અને **गम** સુરેખાઓ **प** બિંદુમાં છેદાય તેમ દોરો. તેમનાથી બનતા કોણો માપો. દરેક કોણમાં તે કોણ કેટલા અંશનો છે તે લખો. બધા કોણોનો સરવાળો કરો. જુદી જુદી રીતે કેટલીક વખત આ પ્રમાણે આકૃતિઓ દોરો. આ ઉપરથી અભિકોણો સંબંધી શું અનુમાન કરો છો?

૯. એક વાગે, ચાર વાગે અને સાડા છ વાગે ઘડીઆળના કાંટા કેટલા અંશના કોણ બનાવે ?

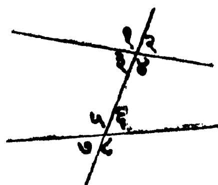
૧૦. મિનિટ કાંટો ૧૦ મિ., ૪૫ મિ., અને એક કલાકમાં કેટલો કોણ ફરે ?

૧૧. પૃથ્વી પોતાની ધરી ઉપર ૨૪ કલાકમાં એક પૂરો આંટો ફરે છે, તો ૪ ક. ૩૦ મિ. માં તે કેટલો કોણ ફરશે? અને તેને ૧૨૦° કોણ ફરવામાં કેટલો વખત લાગશે ?

સમાન્તર સુરેખાઓ

૧૨. જે સુરેખાઓ એક જ ક્ષેત્રમાં હોય અને જેઓ બન્ને બાજુ ગમે તેટલી લંબાવીએ તોપણ મળે નહિ તેમને **સમાન્તર સુરેખાઓ** કહે છે.

સૂચના:—સમાન્તર સુરેખાઓ એક જ ક્ષેત્રમાં હોવાની જરૂર છે. કારણ કે એક રેખા મેજ ઉપર દોરી હોય અને બીજી જમીન ઉપર દોરી હોય, તો તેઓ કદી મળે નહિ; પણ તેથી તેઓ સામાન્તર કહેવાય નહિ.



આ. ૭

ઉપરની આકૃતિમાં એક સુરેખા બીજી બે સુરેખાઓને છેદે છે અને આઠ કોણો બનાવે છે. તેમાંના

(૧૪) ∠૧, ∠૨, ∠૭, ∠૮, ને **બહિર્કોણ**

(૧૫) ∠૩, ∠૪, ∠૫, ∠૬, ને **અંતઃકોણ**

(૧૬) ∠૩, ∠૬, અને ∠૪, ∠૫, ને **વ્યુત્ક્રમ કોણની** જોડો,

(૧૭) અને ∠૧, ∠૫; ∠૨, ∠૬; ∠૮, ∠૪; ∠૭, ∠૩ ને **સંગત કોણની** જોડો કહે છે.

મનોયત્ન ૪

૧. પટ્ટીની ધારે કાટખુણિયાની એક બાજુની આખી ધાર બરાબર અડકે તેવી રીતે મૂકો. કાટખુણિયાની બાકીની ધારોમાંના એક સાથે રેખા દોરો. પટ્ટી ઉપર કેટલીક જગાએ તે ખસેડો, અને દરેક વખત પટ્ટીને સજ્જડ પકડી એક જ ધારે રેખાઓ દોરો. આ બધી રેખાઓ **સમાન્તર** છે.

૨. પટ્ટીને બદલે બીજા કાટખુણિયાનો ઉપયોગ કરી ઉપર પ્રમાણે કરો.

૩. પ્રશ્ન ૧ પ્રમાણે કાટખુણિયાને મૂકો અને પટ્ટીને કાટખુણે એક રેખા દોરો. પટ્ટી ઉપર તેથી બે ઈંચ દૂર કાટખુણિયું ખસેડો અને ફરીથી તેજ ધારે રેખા દોરો. આ રીતે આપણે બે સમાન્તર સીધી રેખાઓ ૨" ને અંતરે દોરી.

૪. ૧.૬" ને અંતરે બે સમાન્તર રેખાઓ દોરો. તેમને છેદનાર એક ત્રીજી રેખા દોરો.આ રીતે બનતા બધા કોણો માપો. જુદા જુદા માપની રેખાઓથી કેટલીક વખત ઉપર પ્રમાણે કરો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૫. બે સમાન્તર સુરેખાઓને બે સમાન્તર સુરેખાઓથી છેદો અને તેથી બનતા પૂરકકોણો, અભિકોણો, બહિષ્કોણો, અંતઃકોણો, વ્યુત્ક્રમકોણો અને સંગતકોણોનાં નામ આપો.

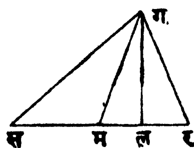
૬. ઉપરની આકૃતિમાં સરખા કોણો સરખી નિશાનીઓથી બતાવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

સુરેખ આકૃતિઓ.

૨૪. જે આકૃતિઓની હદ સુરેખાઓથી બનેલી હોય તેમને **સુરેખ આકૃતિઓ** કહે છે.

૨૫. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સુરેખાઓથી થઇ હોય તેને **ત્રિકોણ** કહે છે.

૨૬. ત્રિકોણ જે ભુજા ઉપર ઉભો છે એમ આપણે ધારીએ છીએ તે ભુજાને તેનો **પાયો** કહેવાય છે.



આ. ૮

૨૭. પાયાની સામેના શિરોબિંદુ આગળના કોણને **શિરોબિંદુ કોણ** કહે છે.

૨૮. શિરોબિંદુમાંથી પાયાને દોરેલો લંબ તેની **ઉંચાઇ** કહેવાય છે.

૨૯. શિરોબિંદુ અને તેની સામેની ભુજાના મધ્યબિંદુને જોડનારી રેખાને **મધ્યગા** કહે છે.

૩૦. જે ત્રિકોણની ત્રણે ભુજાઓ સરખી હોય તેને **સમભુજ ત્રિકોણ** કહે છે.

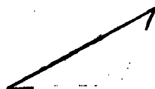


આ. ૯



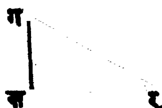
આ. ૧૦

૩૧. જે ત્રિકોણની બે ભુજાઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ** કહે છે.



આ. ૧૧

૩૨. જે ત્રિકોણની ત્રણે ભુજાઓ અસમાન (વિષમ) હોય તેને **વિષમભુજ ત્રિકોણ** કહે છે.



આ. ૧૨

૩૩. જે ત્રિકોણનો એક કોણ કાટખુણો હોય તેને **કાટખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.

૩૪. કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની ભુજાને **કર્ણ** કહે છે.

૩૫. જે ત્રિકોણનો એક કોણ ગુરુકોણ હોય છે તેને **ગુરુકોણ** ત્રિકોણ કહે છે.

૩૬. જે ત્રિકોણના ત્રણે કોણો લઘુ હોય તેને **લઘુકોણ ત્રિકોણ** કહે છે.

૩૭. જે આકૃતિની હદ ચાર સુરેખાઓથી બનેલી હોય તેને **ચતુષ્કોણ** કહે છે.

(આજ પ્રમાણે પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવ-કોણ, દશકોણ વગેરેની વ્યાખ્યાઓ આપવી.)

૩૮. જે આકૃતિની હદ ચાર વા તેથી વધારે સુરેખાઓથી બનેલી હોય તેને **બહુકોણ** કહે છે.

મનોયત્ન ૫

૧. કોઇ પણ બે ત્રિકોણો દોરો. તેમના અંતઃ કોણો માપી તેમનો સરવાળો કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૨. દરેકનો પાયો લંબાવવાથી બનતો બહારનો કોણ અંદરના દૂરના બે કોણના સરવાળા બરાબર થાય છે કે નહિ તે માપી નક્કી કરો. આ ઉપરથી બહારનો કોણ અંદરના દૂરના પ્રત્યેક કોણથી વધારે છે એવી ખાત્રી કરો.

૩. આકૃતિ ૯, ૧૦, ૧૧, ૧૨, માં લઘુકોણ, ગુરૂકોણ અને કાટખુણ ત્રિકોણોનાં નામ આપો.

૪. એક ત્રિકોણના બે કોણો ૪૭°, ૫૮° છે, અને બીજાના બે કોણો ૨૫°, ૧૧૦° છે; તો તે દરેકનો ત્રીજો કોણ કેટલો ?

૫. ગમે તે બે સમભુજ ત્રિકોણો દોરો. તેમના કોણો માપો દરેક કોણ કેટલો થાય છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૬. ઉપરના દરેક સમભુજ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરો. આ લંબથી પાયાના થતા બે ભાગ માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૭. સમભુજ ત્રિકોણનાં સઘળાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. ત્રિકોણના બધા લંબ સરખા છે ?

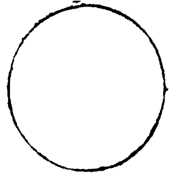
૮. ગમે તે બે સમદ્વિભુજ ત્રિકોણો દોરો. દરેકના પાયાના કોણો માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૯. ગમે તે એક રેખાની એક બાજુએ બે છેડા આગળ સરખા કોણો બનાવી, રેખાઓને લંબાવી, ત્રિકોણ પૂરો કરો. સરખા કોણોની સામેની ભુજાઓ માપો. આ ભુજાઓ સરખી છે ?

૧૦. એક કોણ ૩૦° નો હોય તેવો એક કાટખુણ ત્રિકોણ દોરો. આ કોણની સામેની ભુજા કર્ણથી અર્ધી છે, એ માપી ખાત્રી કરો.

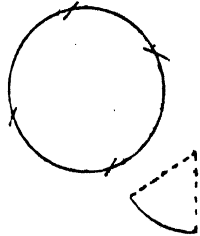
વર્તુલ.

૩૮. જે આકૃતિની હદ એક જ અખંડ વક્ર રેખા હોય, અને જેની વચ્ચે એક એવું બિંદુ હોય કે જેમાંથી વક્ર રેખા સુધી જે રેખાઓ દોરવામાં આવે તે સઘળી સરખી લંબાઇની હોય, તેને વર્તુલ અથવા વૃત્ત કહે છે.



આ. ૧૩

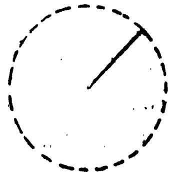
૩૯. પરિઘના કોઇ પણ ભાગને ચાપ કહે છે.



આ. ૧૪

૪૦. વર્તુલના જે બિંદુમાંથી પરિઘ સુધી દોરેલી સઘળી રેખાઓ સરખી લંબાઇની હોય, તેને વર્તુલનું કેન્દ્ર કહે છે.

૪૧. વર્તુલના કેન્દ્રથી પરિઘ સુધી દોરેલી કોઇ પણ સુરેખાને વર્તુલની ×ત્રિજ્યા કહે છે.

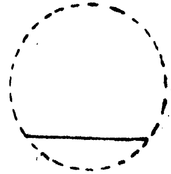


આ. ૧૫

× ત્રિજ્યાની વ્યુત્પત્તિ મનોરંજક છે:—

આકૃતિ ન. ૩ માં रेकस વ્યાસ છે. सर, सरा, सरि, વિગેરે.

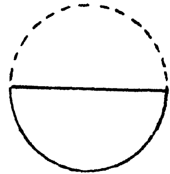
૪૨. જે સુરેખા વર્તુલના પરિધને બન્ને બાજુએ મળે છે. તેને વર્તુલની જીવા કહે છે.



આ. ૧૬

૪૩. જે જીવા વર્તુલના કેન્દ્રમાં થઇને પસાર થાય છે, તેને વ્યાસ કહે છે. વ્યાસ ત્રિજ્યાથી બમણો હોય છે.

૪૪. જે આકૃતિ વ્યાસ અને તેનાથી કપાએલા પરિધના ભાગથી બનેછે,તેને અર્ધવર્તુલ કહે છે.



આ. ૧૭

ચાપોના र, रा, रि વગેરે બિંદુઓમાંથી વ્યાસને લાંબો દોરવામાં આવે તેમને જ્યાઓ કહેવાય છે- પૃથ્વી સૂર્યની આજુબાજુ ફરતાં બાર રાશિઓમાં થઇને પસાર થાય છે માટે આખા વર્તુલના બાર ભાગ કરવામાં આવ્યા છે અને તે દરેક ભાગને રાશિ કહે છે. આવી ત્રણ રાશિઓ બરાબરનો ચાપ सरि છે અને सरि ચાપની જ્યા रिक છે. માટે रिक ને ત્રિજ્યા એટલે ત્રણ રાશિની જ્યા કહે છે.

મનોયત્ન ૬

૧. ૧·૬" ની ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુલ દોરો. પરિઘ ઉપર એક બિંદુ લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી પ્રથમ વર્તુલને બે બિંદુઓમાં કાપતું વર્તુલ દોરો. આ બિંદુઓને કેન્દ્ર તરીકે લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી પ્રથમ વર્તુલને બે વધારાનાં બિંદુઓમાં કાપતાં વર્તુલો દોરો. આ રીતે આગળ વધતાં કેટલાં વર્તુલો દોરી શકાય ?

૨. ૧·૧" ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુલ દોરો. પરિઘ ઉપર તે જ ત્રિજ્યાથી પરિઘના બને તેટલા ભાગ કરો. આવા કેટલા ભાગ થાય ? પરિઘનાં વિભાજક બિંદુઓ જોડવાથી કેવી આકૃતિ થાય ? આકૃતિનો દરેક કોણ કેટલો થાય ?

૩. પ્રશ્ન ૨ ની આકૃતિમાં પરિઘ ઉપરનું દર ત્રિજુ બિંદુ જોડવાથી કેવી આકૃતિ થાય ? તેના કોણો અને ભુજાઓ માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૪. ૨ સેમિ. ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુલ દોરો. તેમાં કાણુખુણે છેદે એવા તેના બે વ્યાસનાં પરિઘ ઉપર આવેલાં ચાર બિંદુઓ જોડો. કેટલી ભુજાઓની આકૃતિ થાય છે ? આને તમે શું નામ આપશો ? તેની બધી ભુજાઓ અને બધા કોણો માપો.

૫. ઉપરની આકૃતિમાં કેન્દ્ર આગળના ચાર કોણોના દુભાજકો પરિઘ સુધી દોરો. આથી પરિઘ ઉપર બધાં મળી આઠ બિંદુઓ થશે. પાસેપાસેનાં બિંદુઓ જોડો. કેટલી ભુજાઓની આકૃતિ થશે ? તેના બધા કોણો માપો અને તેમનો સરવાળો કહો.

૬. એક સ્થળે રાખેલી તોપનો ગોળો ચાર માઇલ સુધી જાય છે, તો તે તોપના ગોળાની મર્યાદામાં આવતા પ્રદેશની હદ દેખાડો. (માપ: ૧" = ૨ માઇલ) *

૭. બે કિલ્લાની વચ્ચે ૧૦ માઇલનું અંતર છે. દરેક કિલ્લા ઉપરની તોપનો મારો ૭ માઇલ સુધી પહોંચે છે; તો બન્ને કિલ્લા ઉપરની તોપના મારામાં આવતા સામાન્ય પ્રદેશની હદ દેખાડો.

---

* કોઇ એક ખેતર, ગામ કે મકાનનો નકશો તેનાં જેટલી જ લંબાઇની રેખાઓથી કાગળ ઉપર દોરવો અશકય છે. માટે માઇલ, યાર્ડ, હાથ, ફુટ વગેરે જેવી મોટી લંબાઇનાં એકમ નાના માપના એકમ ઇંચ, સેમિ, મિમિ. થી દર્શાવવામાં આવે છે. નકશા ઉપરના ૬" ૧૦૦ યાર્ડની ખરી લંબાઇ માટે લેવામાં આવ્યા હોય તો માપ નીચે પ્રમાણે દર્શાવાય:

માપ: ૬" = ૧૦૦ યાર્ડ.

સૂચના:

(ક) આકૃતિ ઉપર માપ હંમેશાં બતાવવું જોઇએ.

(ખ) વાપરવાનું માપ કોઇ પ્રશ્નમાં આપવામાં આવ્યું ન હોય તો કોઇ પણ અનુકૂળ માપ પસંદ કરવું.

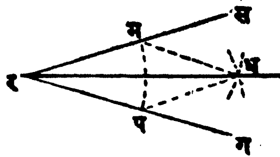
(ગ) કયું માપ લેવું તે નકકી કરતાં યાદ રાખવું કે આકૃતિ જેટલી મોટી દોરાય તેટલું પરિણામ વધારે ચોકકસ આવે.

પ્રકરણ ૨

(કૃત્યો.)

કૃત્ય ૧

આપેલો सरग કોણ દુભાગવો.



રચના : र કેન્દ્ર અને કોઇ પણ ત્રિજ્યા લઇ रस અને रग ને અનુક્રમે म અને प બિંદુઓમાં કાપે તેવો ચાપ દોરો. म અને प ને કેન્દ્રો લઇ તેજ (અથવા કોઇપણ અનુકૂળ) લંબાઇની ત્રિજ્યા લઇ પરસ્પર घ આગળ છેદે તેવા ચાપો દોરો. रघ જોડો; એટલે रघ માગેલો દુભાજક બનશે.

સાબીતી: मघ અને पघ જોડો.

△ ઓ रमघ અને रपघ માં,

रम = रप } રચના;
मघ = पघ }
रघ સામાન્ય,

∴ △ रमघ ≡ △ रपघ,

∴ ∠ मरघ = ∠ घरप.

∴ रघ રેખા ∠ सरग ને દુભાગે છે.

કૃત્યોની સાબીતી વિદ્યાર્થીઓએ શરૂઆતમાં જાણવાની જરૂર નથી. તેઓ રચના કરવાની જાણે એટલું બસ છે. પહેલા ૧૩ સિદ્ધાન્તો થઇ ગયા પછી જ સાબીતી આપવી.

મનોયન ૭

૧. કોઇ એક ત્રિકોણ દોરો અને તેના ત્રણે કોણોના દુભાજકો દોરી દુભાજકો એક બિંદુગામી * છે એવી ખાત્રી કરો.

૨. ફકત પટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી જ ૬૦° નો કોણ બનાવો. તેના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૩. કોઇ એક △ सरग દોરો. सर અને सग ને म અને प સુધી લંબાવો. ∠ ઓ रसग, मरग અને पगर ના દુભાજકો દોરો. આથી શું માલૂમ પડે છે ?

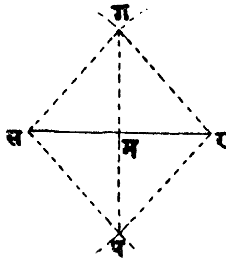
૪. ઉપરના ત્રિકોણમાં रस અને रग ને घ અને न સુધી લંબાવો. ∠ ઓ घसग, नगस અને गरस ના દુભાજકો દોરો. ઉપરની આકૃતિમાં દુભાજકોને का માં મળવા દો. આ આકૃતિમાં દુભાજકોને कि માં મળવા દો. का कि જોડો. આ ઉપરથી શું માલૂમ પડે છે ?

---

* જે રેખાઓ એક બિંદુમાં થઇને પસાર થતી હોય તેમને એકબિંદુગામી × રેખાઓ કહે છે.

કૃત્ય ૨

આપેલી સુરેખા सर ને દુભાગવી.



રચના : स અને र ને કેન્દ્રો ગણી અનુકૂળ લંબાઇની સરખી ત્રિજ્યાઓ લઇ ग અને प બિંદુઓમાં છેદાય તેવા ચાપો દોરો. गप જોડો અને તેને सर ને म બિંદુમાં છેદવા દો; એટલે म દુભાજક બિંદુ થશે.

સાબીતી : गस, गर, पस, पर જોડો.

△ ઓ गसप અને गरप માં,

गस = गर } રચના;
पस = पर }
पग સામાન્ય,
∴ △ गसप ≡ △ गरप.
∴ ∠ सगप = ∠ रगप.

△ ઓ सगम અને △ रगम માં,

गस = गर
गम સામાન્ય,
∠ सगप = ∠ रगप   સાબીત કર્યું.

∴ △ सगम ≡ △ रगम.
∴ सम = रम. ∴ म, सर ને દુભાગે છે.

સૂચના : (ક) ભૂમિતિની રચના ન માગી હોય ત્યાં રેખાનું મધ્ય બિંદુ કહાડવા માટે રેખાના છેડાનાં બિંદુઓને કેન્દ્રો અને લગભગ અર્ધી રેખા જેટલી ત્રિજ્યા લઇ રેખાને બે બિંદુઓમાં કાપવા દેવી. આ બે બિંદુઓ બહુ નજીક આવે એટલે તેમનું મધ્યબિંદુ અટકળથી મૂકી તે બરાબર છે કે નહિ તે પરિકરથી નકકી કરવું.

(ખ) **गप** દોર્યા સિવાય પણ **म** બિંદુની નિશાની **सर** ઉપર કરી શકાય.

(ગ) **गप** રેખા **सर** ને કાટખુણે દુભાગે છે.

મનોયત્ન ૮

૧. △ **सरग** ની ત્રણે ભુજાઓની દુભાજક રેખાઓ દોરો. આ દુભાજકો કેટલાં બિંદુમાં મળે છે તે તપાસો.

૨. ઉપરના ત્રિકોણમાં દુભાજક રેખાઓ **क** માં મળે, તો **कस**, **कर**, **कग** ને માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કહાડો છો ? આ પછી **स**, **र** અને **ग** માં થઇને પસાર થાય એવું વર્તુલ તમે દોરી શકો ?

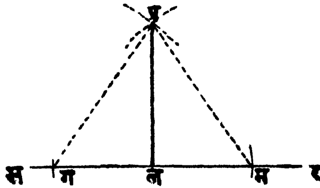
૩. કોઇ પણ એક ત્રિકોણની મધ્યગાઓ દોરો. આ મધ્યગાઓ કેટલાં બિંદુઓમાં મળે છે ?

૪. બે સુરેખાઓનો સરવાળો અને તફાવત આપ્યાં હોય તે ઉપરથી તેમની લંબાઇ ભૂમિતિની રીતે શોધી કહાડો.

કૃત્ય ૩

આપેલી સુરેખા सर ઉપર આવેલા ल બિંદુમાંથી सर ઉપર લંબ દોરવો.

પહેલી રીત



રચના : ल ને કેન્દ્ર તરીકે લઇ કોઇ એક ત્રિજ્યાથી सर ને ग અને म બિંદુઓમાં કાપે તેવા ચાપો દોરો. ग અને म ને કેન્દ્રો લઇ કોઇ પણ અનુકૂળ ત્રિજ્યાથી प બિંદુમાં છેદાય તેવા ચાપો દોરો. पल જોડો; એટલે पल માગેલો લંબ થશે.

સાબીતી : पग અને पम જોડો.

$\triangle$ ઓ पगल અને पमल માં

पग = पम }
लग = लम } રચના;

पल સામાન્ય,

$\therefore$ $\triangle$ पगल $\equiv$ $\triangle$ पमल.

$\therefore$ $\angle$ पलग = $\angle$ पलम.

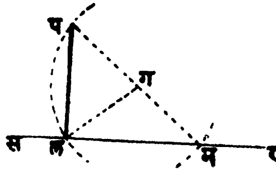
અને આ સુરેખાઓથી બનેલા ઉપકોણો છે,

$\therefore$ દરેક કાટખુણો છે.

$\therefore$ पल $\perp$ सर.

સૂચના : ल આપેલી રેખાની એક બાજુએ આપેલું હોય તો રેખાને લંબાવવી વા નીચે આપેલી બીજી રીત પ્રમાણે લંબ દોરવો.

બીજી રીત.



રચના : રેખાની બહાર કોઇ એક ग બિંદુ લ્યો. ग ને કેન્દ્ર તરીકે લઇ गल ત્રિજ્યાથી सर ને म બિંદુમાં ફરીથી કાપે તેવો ચાપ દોરો. मग જોડો અને તે ચાપને ફરીથી प બિંદુમાં મળે તેટલો લંબાવો. पल જોડો; એટલે पल માગેલો લંબ થશે.

સાબીતી : गप = गल = गम   રચના.

$\therefore \angle$ पलग $= \angle$ गपल

અને $\angle$ मलग $= \angle$ गमल

$\therefore \angle$ पलग $+ \angle$ मलग $= \angle$ गपल $+ \angle$ गमल

અને $\because$ ત્રિકોણના અંદરના કોણો $= 180^\circ$

$\therefore \angle$पलग $+ \angle$मलग $= \angle$गपल $+ \angle$गमल $= 180^\circ$

$\therefore \angle$ पलग $+ \angle$ मलग $= \angle$ पलम $= \angle\ 90^\circ$

$\therefore$ पल $\perp$ सर.

મનોયત્ન ૯

૧. ફક્ત પટ્ટી અને પરિકરથી જ ૪૫° અને ૨૨½° ના કોણો બનાવો.

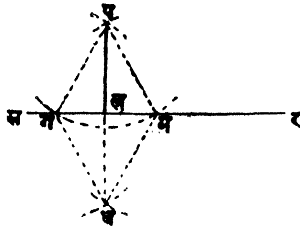
૨. **सर** = **रग** = ૨.૯ સેમી. થાય તેવી એક સુરેખા **सरग** દોરો. **र** અને **ग** માંથી **सग** ને લંબ દોરો. **रम** લંબ = ૨ સેમી. અને **गप** લંબ = ૪ સેમી. બનાવો. **सम** અને **सप** જોડો. પરિણામ શું આવે છે તે જણાવો.

૩. **सरग** કોઇ એક ત્રિકોણ દોરો. **सर**, **रग** અને **गस** ભુજાઓને **प**, **ध**, **न** બિંદુઓથી દુભાગો. આ બિંદુઓ આગળ લંબ દોરો અને તેઓ પરસ્પર મળે તેટલા લંબાવો. જુદા જુદા પ્રકારના ત્રિકોણો લઇ ઉપર પ્રમાણે કરો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

કૃત્ય ૪

આપેલી સુરેખા सर ને તેની બહાર આવેલા प બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.

પહેલી રીત.



રચના: प કેન્દ્ર લઇ सर ને ग અને म બિંદુઓમાં કાપે તેવો એક ચાપ દોરો. ग અને म ને કેન્દ્રો લઇ તેટલીજ ત્રિજ્યાથી घ બિંદુમાં છેદાય તેવા ચાપો દોરો. पघ જોડો એટલે તે માગેલો લંબ થશે.

સાબીતી: पम, पग, घग, અને घम જોડો.

$\triangle$ ઓ पघग અને पघम માં,

पग = पम } રચના;
घग = घम }

पघ સામાન્ય,

$\therefore$ $\triangle$ पघग $\equiv$ $\triangle$ पघम.

$\therefore$ $\angle$ गपघ = $\angle$ मपघ

વળી △ ઓ पलग અને पलम માં,

पग = पम,

पल સામાન્ય,

∠ गपल = ∠ मपल, સાબીત કર્યું,

∴ △ पलग ≡ △ पलम

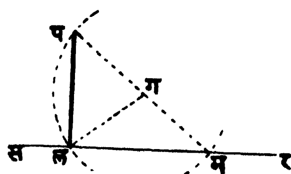
∴ ∠ पलग = ∠ पलम

અને એ સુરેખાઓથી બનેલા આ ઉપકોણો છે.

∴ દરેક કાટખુણો છે.

∴ पल ⊥ सर.

બીજી રીત.



રચના : सर ઉપર કોઇ એક म બિંદુ લ્યો. पम જોડો. તેને ग માં દુભાગો. ग કેન્દ્ર અને गप ત્રિજ્યા લઇ सर ને ल માં કાપે તેવી રીતે ચાપ દોરો. पल જોડો એટલે पल માગેલો લંબ થશે.

(સાબીતી કૃત્ય ૩ ની બીજી રીત પ્રમાણે.)

સૂચના : (ક) આ બન્ને રીતોમાં જરૂરનાં છેદનબિંદુઓ મેળવવા કોઇ કોઇ વખત सर લંબાવવી જોઇશે.

(ખ) ભૂમિતિની રચના ન માગી હોય ત્યાં તો લંબ કાટખુણિયાથી જ દોરવો.

મનોયત્ન ૧૦

૧. ૧.૫" ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુલ દોરી તેમાં ૧.૯" જીવા દોરો. કેન્દ્રથી જીવા સુધીનું અંતર માપો.

૨. કોઇ એક △ સરગ નાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની ભુજાઓ ઉપર લંબો દોરો. આ લંબો એકબિંદુગામી છે એવી ખાત્રી કરો.

૩. કોઇ એક ત્રિકોણનું લંબસંગમબિંદુ × શોધી કહાડો.

૪. સર = ૩" વ્યાસ લઇ તે ઉપર અર્ધવર્તુલ દોરો. તેમાં સલ = ૧.૫" જીવા દોરો. સલ ઉપર ર માંથી લંબ દોરો અને ખાત્રી કરો કે તે લ ઉપર જ પડે છે.

૫. કાટખુણાના ફક્ત પરિકર અને પટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

× ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની ભુજાઓ ઉપર દોરેલા લંબ જે બિંદુમા મળે છે તે બિંદુને **લંબસંગમ બિંદુ** કહે છે.

કૃત્ય ૫.

આપેલી સુરેખા सर ઉપર એક આપેલા स બિંદુ આગળ એક આપેલા ∠ ध બરાબર એક કોણ બનાવવો.



રચના : ध કેન્દ્ર લઇ કોઇ પણ ત્રિજ્યાથી ચાપ દોરો અને તેને કોણની ભુજાઓને प, न બિંદુઓમાં છેદવા દો. स કેન્દ્ર લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી सर ને ग બિંદુમાં કાપે તેવો गम ચાપ દોરો. ग કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા = पन લઇ ચાપ દોરો અને गम ચાપને म બિંદુમાં કાપવા દો. सम જોડો; એટલે ∠ मसर માગેલો કોણ બનશે.

સાબીતી : मग, पन જોડો.

△ ઓ मसग અને पधन માં

सम = धप
= धन
= पन } રચના.

∴ △ मसग ≡ △ पधन.

∴ ∠ मसग = ∠ पधन.

મનેાયત્ન ૧૧

૧. ∠ सरग = ૩૫° દોરેા. કાેણમાપકનેા ઉપયેાગ કર્યા સિવાય ∠ सरग થી ત્રણ ગણેા એક કાેણ બનાવેા.

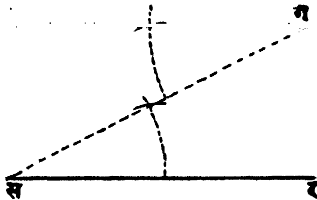
૨. सर = ૨" દોરેા. ∠ रसग = ૪૯° બનાવેા. र આગળ ∠ सरग = ∠ रसग બનાવી △ सरग પૂરેા કરેા. गर અને गस ભુજાએા માપેા અને તે સરખી છે કે નહિ તે જુએા.

૩ કેાઇ એક △ सरग ની रग ભુજા म આગળ દુભાગેા. ∠ गमप = ∠ गरस અને તેવી રીતે मप રેખા દેારી सग ને प માં મળવા દેા. गप અને पस ને માપેા અને તે સરખી છે એવી ખાત્રી કરેા. કાટખુણિયાનેા ઉપયેાગ કરી पम ∥ सर છે કે નહિ તે તપાસેા.

૪. सरगम એક ચતુષ્કાેણ દેારેા. આના જેટલા જ અંશના કાેણેા અને ભુજાએા વાળેા એક બીજો ચતુષ્કાેણ કાેણમાપકની મદદ સિવાય દેારેા.

કૃત્ય ૬

આપેલા બિંદુ ग માંથી આપેલી રેખા सर ને સમાન્તર એક સુરેખા દોરવી.



રચના : गस જોડો. सग ઉપર ग આગળ ∠ सगम = વ્યુત્ક્રમ ∠ गसर બનાવો. એટલે मग રેખા सर ને સમાન્તર થશે.

સાબીતી : ∠ सगम = વ્યુત્ક્રમ ∠ गसर રચના;

∴ मग ‖ सर.

સૂચના : બે કાટખુણિયાના ઉપયોગથી સમાન્તર રેખાઓ ત્વરાથી દોરી શકાશે. આ રચનાનો ઉપયોગ તો ખાસ રચનામાં માગ્યો હોય તો જ કરવો.

મનોયત્ન ૧૨

૧. ∠ **सरग** = ૫૯° નો બનાવો. **रस** થી ૧.૩" અને **रग** થી ૨.૧" દુર આવેલા **प** બિંદુને શોધી કહાડો. **रप** માપો.

૨. નીચેના માપનો સમભુજ ચતુષ્કોણ દોરો. અને તેના કર્ણો માપો: એક બાજુ = ૩.૨ સેમિ; સામેની બાજુઓની એક જોડ વચ્ચેનું કાટખુણે અંતર ૨.૩ સેમિ.

૩. બે સમાન્તર રેખાઓ વચ્ચે એક રેખાથી ૧" અને બીજીથી ૧.૫" દુર આવેલા **प** બિંદુમાં થઇને પસાર થાય અને છેડાઓ સમાન્તર રેખાઓ ઉપર આવે તેવી એક સુરેખા દોરો. સમાન્તર રેખાઓ સાથે તેથી બનતા કોણો માપો.

૪. **सरगम** કોઇ એક સમાન્તર ચતુષ્કોણ દોરો. તેના સામસામેના કોણો અને ભુજાઓ માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૫. નીચેના માપનો ચતુષ્કોણ દોરો અને તેની સામસામની ભુજાઓ સમાન્તર છે એવી ખાત્રી કરો.

कच = **टत** = ૨"; **चट** = **तक** = ૧.૫"; ∠ **कचट** = ૬૫°.

૬. કોઇ એક ચતુષ્કોણના વિકર્ણો * દોરો. વિકર્ણોના પરસ્પર છેદાવાથી થતા ભાગો માપી લંબાઇ તેમના ઉપર લખો.

૭. પ્રશ્ન ૪, ૫ ના સમાન્તર ચતુષ્કોણોના વિકર્ણો દોરો. પરસ્પર છેદાવાથી તેમના થતા ભાગો માપો. સરખા ભાગો સરખી નિશાનીઓથી બતાવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

---

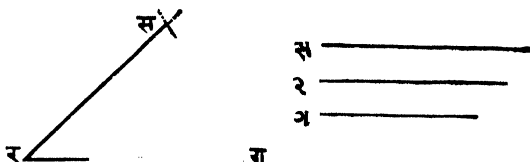
* બહુકોણના સામસામેના કોણોને જોડનારી રેખાઓને વિકર્ણો કહે છે.

ત્રિકોણ રચના

ત્રિકોણની ત્રણ ભુજાઓ અને ત્રણ કોણો એ તેનાં તત્ત્વ કહેવાય છે. આ છ તત્ત્વમાંનાં ત્રણ તત્ત્વ ત્રણે કોણો હોય તે સિવાય ગમે તે કોઇ ત્રણ તત્ત્વ આપવામાં આવ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરી શકાય. ત્રિકોણ રચનામાં કોણોને આપણે स, र, ग અને કોણોની સામેની ભુજાઓને અનુક્રમે સ, ર, ગ નામ આપીશું.

કૃત્ય ૭

ત્રણ ભુજાઓ (સ, ર, ગ) આપેલી હોય તે ઉપરથી ત્રિકોણ દોરવો.



રચના : रग = સ લ્યો. र અને ग કેન્દ્રો અને અનુક્રમે ગ અને ર ત્રિજ્યાઓ લઇ स બિંદુમાં છેદાય તેવા ચાપો દોરો. सर, सग જોડો; એટલે सरग માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સાબીતી : रग = સ, गस = ર, सर = ગ રચના;

∴ सरग એ માગેલો ત્રિકોણ છે.

સૂચના : ચાપો પરસ્પર છેદે નહિ તો ત્રિકોણ બને નહિ. બે ભુજાઓનો સરવાળો ત્રીજી ભુજાથી વધારે હોય તો ત્રિકોણ દોરી શકાય; અને ઓછો હોય તો ત્રિકોણ દોરી શકાય નહિ.

મનોયત્ન ૧૩

૧. નીચેના માપના ત્રિકોણો બનાવો:—

(ક) સ = ૪ સેમિ.
ર = ૨·૬ સેમિ.
ગ = ૩·૪ સેમિ.

(ખ) સ = ૨″
ર = ૧·૩″
ગ = ૧·૮″

૨. स, र, ग નામનાં ત્રણ ગામ સમભુજ ત્રિકોણ બનાવે છે. દરેક ગામ એકબીજાથી ૨૦ માઇલને અંતરે છે. આ ત્રિકોણની અંદર म નામનું ગામ र અને ग થી ૧૩ માઇલ દૂર છે, તો स થી म નું અંતર કેટલું ? (માપ: ૧″ = ૫ માઇલ)

૩. નીચેના માપનો सरगम ચતુષ્કોણ બનાવો અને रम માપો:-

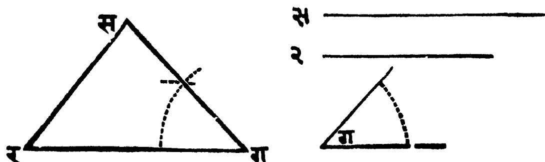
सर = ૪·૩ સેમિ. रग = ૨·૪ સેમિ.
गम = ૨·૧ સેમિ. सम = ૩·૯ સેમિ.
सग = ૪·૪ સેમિ.

૪. નીચેના માપનો सरगम ચતુષ્કોણ દોરો અને તેની સામેની ભુજાઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડનારી રેખાઓ પરસ્પર છેદાવાથી થતા ભાગો માપો:-

सर = ૧·૪″, रग = ૨·૩″, गम = ૧·૯″,
सम = ૨·૩″ અને ∠ सरग = ૬૭°.

કૃત્ય ૮

બે ભુજાઓ (स, र) અને અન્તઃકોણ (ग) આપેલાં હોય તે ઉપરથી ત્રિકોણ દોરવો,



રચના : रग = स લ્યો. ग આગળ ∠ रगस = આપેલો ∠ ग બનાવો. गस = र બનાવો, અને सर જોડો. એટલે **सरग** માગેલો △ થશે.

સાબીતી : रग = स, सग = र, ∠ रगस = ∠ ग રચના: ∴ △ सरग માગેલો ત્રિકોણ છે.

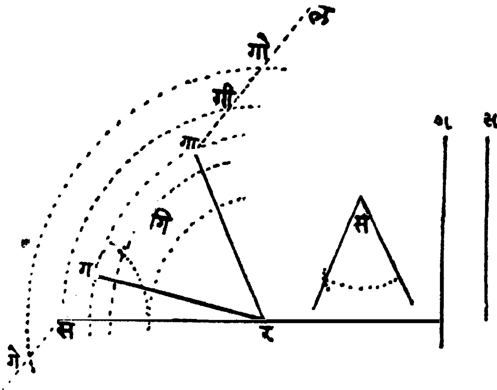
મનોયત્ન ૧૪

૧. એક ત્રિકોણાકાર ખેતરની બે બાજુઓ ૧૦૦ યાર્ડ અને ૧૫૦ યાર્ડ છે અને તેથી બનતો ખુણો ૪૬° છે. નકશો દોરી ત્રીજી બાજુની લંબાઇ માપો. (માપઃ ૧" = ૫૦ યાર્ડ)

૨. પાસેની ભૂજાઓ ૫.૫ સેમિ., ૬.૬ સેમિ. અને તે વચ્ચેનો કોણ ૫૯° નો હોય, તેવો સમાન્તર ચતુષ્કોણ દોરો. નાનો વિકર્ણ માપો.

કૃત્ય ૯

બે ભુજાઓ (સ, ગ) અને તેમાંની એકની સામેનો કોણ (स) આપેલો હોય તે ઉપરથી ત્રિકોણ દોરવો.



રચના : सर = ગ દોરો. स આગળ ∠ लसर = આપેલો ∠ स બનાવો. र કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા = સ લઇ सल ને ग અને गा બિંદુઓમાં કાપે તેવો ચાપ દોરો. गर અને गार જોડો, એટલે △ सरग અને △ सरगा આપેલી શરતો પૂરી પાડતા ત્રિકોણો થશે.

સાબીતી : सर = ગ,
गर, गार = સ,
∠ गसर = ∠ गासर=આપેલો ∠ स, } રચના;

∴ △ सरग અને △ सरगा આપેલી શરતો પૂરી પાડે છે.

સૂચના : (ક) જો સ > ગ, તો ચાપ **सल** ને **स** ની બન્ને બાજુઓએ **गे** અને **गो** માં કાપે, એટલે △**सरगे** અને △ **सरगो** બને. આમાંના △**सरगे** નો ∠ **रसगे** આપેલા કોણ બરાબર નથી માટે તે નકામો છે. △ **सरगो** આપેલી શરત પૂરી પાડે છે, માટે આપેલી શરતો પૂરી પાડતો એક જ ત્રિકોણ દોરી શકાશે.

(ખ) જો સ = ગ, તો બેમાંનું એક બિંદુ **स** ની સાથે મળી જશે એટલે ત્રિકોણ બનશે નહિ અને બીજું બિંદુ **गी** રહેશે એટલે △ **सरगी** આપેલી શરતો પૂરી પાડશે. આમાં પણ માગેલો એક જ ત્રિકોણ દોરી શકાશે.

(ગ) જો સ < ગ પણ > **रगि**, તો **सल** રેખા **ग**, **गा** બિંદુઓમાં **स** ની એક જ બાજુએ કપાશે અને આપેલી શરતો પૂરી પાડતા △ **सरग** અને △ **सरगा** દોરી શકાશે. (આ ને સંશયાત્મક સ્થિતિ કહે છે.)

(ઘ) જો સ = **रगि**, તો ચાપ **सल** ને **गि** માં સ્પર્શ કરશે એટલે આપેલી શરત પૂરી પાડતો ફક્ત એક જ △ **सरगि** દોરી શકાશે.

(ચ) જો સ < **रगी**, તો ચાપ **सल**ને સ્પર્શ જ કરશે નહિ, એટલે એક પણ ત્રિકોણ દોરી શકાશે નહિ.

મનોયત્ન ૧૫

(૧) નીચેના માપના ત્રિકોણો દોરો અને ત્રીજી ભુજા માપોઃ—
   (ક) સ = ૭ સેમિ. ર = ૬ સેમિ. ∠ र = ૪૨°.
   (ખ) સ = ૫ સેમિ; ર = ૬·૫ સેમિ. ∠ र =૧૨૦°
   જો ર = ૪·૫ સેમિ. અથવા ૮·૬ સેમિ. હોય, તો દરેક બાબતમાં કેટલા ત્રિકોણો દોરી શકાય ?

(૨) બે ઘોડેસ્વાર એક જગાએથી એકજ વખતે બે સીધે રસ્તે નીકળે છે. એક સ્વાર કલાકે ૮ માઇલ ચાલે છે. ત્રણ કલાક પછી બન્ને વચ્ચે ૧૫ માઇલનું અંતર પડે છે. તેમના રસ્તા એકબીજા સાથે ૩૫° નો કોણ બનાવે છે. તો બીજો ઘોડેસ્વાર કેટલી ઝડપથી ચાલે છે તે આકૃતિ દોરી બતાવો. (માપઃ ૧ ″ = ૫ માઇલ)

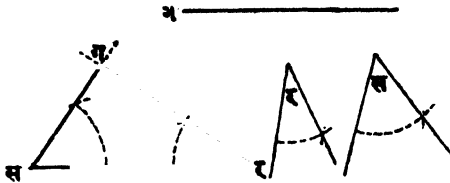
(૩) △ सरग માં स માંથી रग ઉપર દોરેલો લંબ ૫·૩ સેમી. છે અને सर અને सग અનુક્રમે ૬ સેમિ. અને ૭·૫ સેમિ. છે. ત્રિકોણ દોરો અને रग માપો

(૪) નીચેના માપનો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો અને ત્રીજી ભુજા અને કોણો માપોઃ—
   કર્ણ = ૩·૬ સેમિ., એક બાજુ = ૨·૬ સેમિ.

(૫) એક નીસરણીની લંબાઇ ૨૫′ છે. તેનો એક છેડો સપાટ જમીન ઉપર અને બીજો ભીંતને અડકાડીને મૂકેલો છે. ભીંતના પાયાથી જમીન ઉપરનો છેડો ૭′ દૂર હોય, તો જમીનથી બીજો છેડો કેટલો ઉંચો હશે તે આકૃતિ દોરી માપીને કહો.

કૃત્ય ૧૦

બે કોણો (स, र) અને એક ભુજા (ગ) આપેલાં હોય તે ઉપરથી **ત્રિકોણ દોરવો.**



રચના : **सर** = ગ બનાવો. **स** આગળ ∠ **रसग** = આપેલો ∠ **स** અને **र** આગળ ∠ **सरग** = આપેલો ∠ **र** બનાવો, એટલે **सरग** માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સાબીતી :

∠ **रसग** = આપેલો ∠ **स**
∠ **सरग** = આપેલો ∠ **र** } રચના;
અને **सर** = ગ

∴ **सरग** માગેલો ત્રિકોણ છે.

સૂચના : (ક) **सग** અને **रग** રેખાઓ જે બાજુએ કોણો બનાવે તે બાજુએ **ग** બિંદુમાં મળે નહિ તો ત્રિકોણ બને નહિ. ટુંકામાં ત્રિકોણ બનાવતાં આપેલા બે કોણોનો સરવાળો ૧૮૦° કરતાં ઓછો હોવો જોઇએ.

(ખ) આપેલી ભુજા આપેલા કોણોની સામેની એક ભુજા હોય તો બે આપેલા કોણો ઉપરથી (ત્રીજો કોણ = ૧૮૦–બે આપેલા કોણ) આપણે ત્રીજો કોણ શોધી કહાડી ઉપર પ્રમાણે ત્રિકોણ દોરી શકીએ.

મનોયત્ન ૧૬

(૧) નીચેના માપનો सरग ત્રિકોણ દોરો અને स માંથી रग ઉપર દોરેલો લંબ માપોઃ
∠ र = ૩૫°, ∠ ग =૬૫°, स = ૮ સેમિ.

(૨) એક ત્રિકોણના કોણો ૫૦°, ૨૨°, ૧૦૮° હોય અને લાંબામાં લાંબી ભુજા ૪" હોય તો ટુંકામાં ટુંકી ભુજા કેટલી તે આકૃતિ દોરી શોધી કહાડો. ટુંકામાં ટુંકી ભુજા નાનામાં નાના કોણની સામે છે એ ખાત્રી કરો.

(૩) એક મિનારો स અને र જગાઓથી જોવામાં આવે છે. મિનારાનો પાયો અને स અને र જગાઓ એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે. તેની ટોચ स ને र સાથે અનુક્રમે ૪૯° અને ૨૧° ના કોણો કરતી માલૂમ પડે છે. જો स થી र નું અંતર ૨૦ યાર્ડનું હોય તો મિનારાની ઉંચાઇ અને મિનારાનું स અને र થી અંતર કેટલું તે આકૃતિ દોરી શોધી કહાડો. (માપઃ ૧"=૫ યાર્ડ)

(૪) રેલ્વે સડકના સીધા ભાગ ઉપર આવેલાં स અને र સ્ટેશનો આગળથી જોતાં ग ગઢ સડક સાથે ૫૪° અને ૭૫° ના કોણો બનાવતો માલૂમ પડે છે. જો सर = ૪·૫ માઇલ, તો બન્ને જગાઓથી ગઢનું અંતર કેટલું ?